

1^ο ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΗΛΙΟΥΠΟΛΗΣ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Τμήματα Γ1 και Γ2

Επαναληπτικά θέματα με πολλαπλά ερωτήματα από την ύλη που έχουμε κάνει μέχρι τώρα.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

- 1 Δίνονται οι παραστάσεις $A = \frac{x}{x+3} - \frac{3}{3-x} - \frac{6x}{x^2-9}$ και $B = \frac{x^2-6}{x^2-5x+6} + \frac{2}{2-x} + \frac{3}{x-3}$.
- α) Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες ορίζονται οι παραστάσεις.
β) Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις.
γ) Να δείξετε ότι τα κλάσματα A και B είναι αντίστροφα.
- 2 Δίνονται οι παραστάσεις $A = \frac{1}{x-1} + \frac{x^3-2x^2}{x^2-x}$ και $B = \frac{x^2-4}{x^2+x-6} \cdot \frac{x^2+3x}{2+x}$.
- α) Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες ορίζονται οι παραστάσεις.
β) Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις και να δείξετε ότι: $A = x-1$ και $B = x$.
γ) Να λύσετε την εξίσωση $A^2 + 3B = 13$.
- 3 Δίνεται μια οξεία γωνία \hat{xOy} . Στην πλευρά Ox παίρνουμε σημεία A, B και στην πλευρά Oy παίρνουμε σημεία Γ, Δ τέτοια ώστε $OA = O\Gamma$ και $OB = O\Delta$. Ονομάζουμε K το σημείο τομής των τμημάτων $A\Delta$ και $B\Gamma$.
- α) Να δείξετε ότι $A\Delta = B\Gamma$.
β) Να συγκρίνετε τα τρίγωνα AKB και $\Gamma K\Delta$.
γ) Να εξηγήσετε γιατί το K ανήκει στη μεσοκάθετο των τμημάτων $A\Gamma$ και $B\Delta$.
δ) Να δείξετε ότι η OK είναι διχοτόμος της γωνίας.
- 4 Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = (x-2)^2 - 5(x+1)(x-1) - 7x + (2x+1)^2$.
- α) Να γράψετε το πολυώνυμο κατά τις φθίνουσες δυνάμεις του x και να βρείτε τις αριθμητικές τιμές $P(1)$ και $P(-1)$.
β) Να λύσετε την εξίσωση $(x+5)^2 - 2(x+3)^2 + P(-1) = 0$.
γ) Να λύσετε την ανίσωση $\frac{P(1)-x}{6} - \frac{6+x}{12} + \frac{x-2}{4} \geq \frac{x}{3}$.
δ) Να βρείτε τις κοινές λύσεις της εξίσωσης και της ανίσωσης.
- 5 Δίνεται η παράσταση $K = \frac{3x^3 + 3x^2 - 12x - 12}{2x^2 + 7x + 6}$.
- α) Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες ορίζεται η παράσταση K .
β) Να απλοποιήσετε την παράσταση K και να δείξετε ότι $K = \frac{3(x+1)(x-2)}{2x+3}$.
γ) Να βρείτε την τιμή της παράστασης K για τις παρακάτω τιμές του x :
i) $x = -1$ ii) $x = -2$ iii) $x = 0$ iv) $x = \frac{1}{2}$

- 6 Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με βάση ΒΓ. Ονομάζουμε Δ, Ε τα μέσα των πλευρών ΑΒ, ΑΓ αντίστοιχα. Φέρνουμε το ευθύγραμμο τμήμα ΔΕ και ονομάζουμε Μ το μέσο του.
 α) Να εξηγήσετε γιατί το τρίγωνο ΑΔΕ είναι ισοσκελές.
 β) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΔΕ και ΑΒΓ είναι όμοια και να βρείτε το λόγο ομοιότητάς τους.
 γ) Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΒΜΓ είναι ισοσκελές.
- 7 Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^2(x+1) + x^2 - 5x - 6$.
 α) Να παραγοντοποιήσετε το $P(x)$ και να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.
 β) Να απλοποιήσετε την παράσταση $A = \frac{P(x)}{x^2 - 9} \cdot \frac{6 - 2x}{x^2 - x - 2}$.
 γ) Να λύσετε την εξίσωση $y^2 - y + A = 0$.
- 8 Δίνεται η παράσταση $A = \left(\frac{2x^2}{x^3 - x^2 + x - 1} - \frac{x - x^2}{x^2 + 1} \right) \cdot \frac{x^2 - 1}{x}$.
 α) Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες ορίζεται η παράσταση Α.
 β) Να απλοποιήσετε την παράσταση Α.
 γ) Να λύσετε την ανίσωση $\frac{5 - 4(x - 3)}{4} \geq \frac{15 - x}{2} - \frac{A - 4}{2}$.
- 9 Δίνονται τα πολυώνυμα $A(x) = x^2 - 3x - 4$ και $B(x) = x^3 - 3x^2 + x - 3$.
 α) Να βρείτε το πολυώνυμο: $\Gamma(x) = x \cdot A(x) + 4(x + 1)$.
 β) Να παραγοντοποιήσετε και τα τρία πολυώνυμα.
 γ) Να λύσετε την εξίσωση $A(x) + \Gamma(x) = 0$.
 δ) Να λύσετε την εξίσωση $A(x) + \Gamma(x) = B(x)$.
- 10 Δίνεται η παράσταση $A = \left(\frac{5x + 6}{x^2 - 4} - \frac{3x + 10}{4 - x^2} \right) : \frac{16}{x^2 - 5x + 6}$.
 α) Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες ορίζεται η παράσταση Α.
 β) Να απλοποιήσετε την παράσταση Α.
 γ) Να λύσετε την εξίσωση $A^2 - A - 6 = 0$.
 δ) Να λύσετε την ανίσωση $A + \frac{x + 1}{3} \geq 3$.

Χριστός Ανέστη και Χρόνια Πολλά. Εύχομαι υγεία και δύναμη σε όλους. Να κάνετε λίγο ακόμα υπομονή και να προσέχετε. Καλό διάβασμα.

Ν. Καλόγνωμος